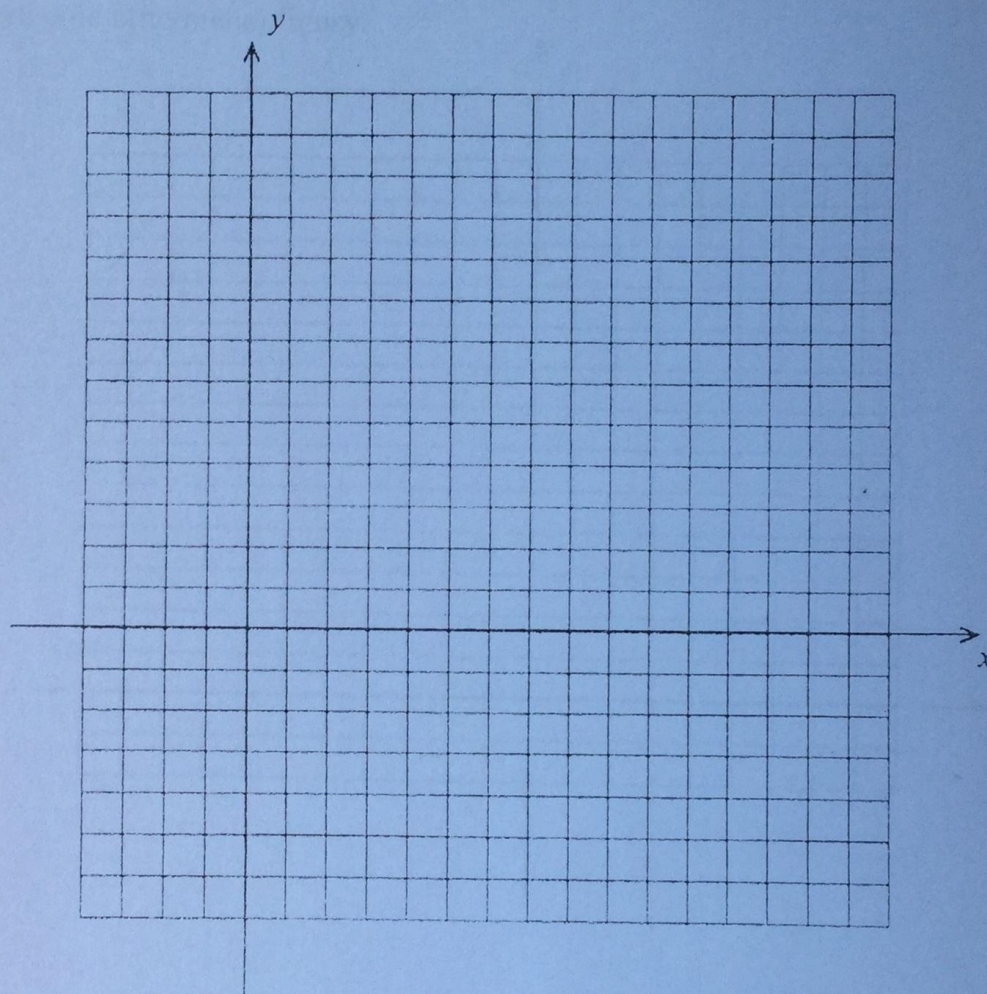


EGZAMIN Z MATEMATYKI, wersja I-B

Uwaga. Nie wolno używać kalkulatora.

Proszę nie używać korektora. Błędne obliczenia lub sformułowania wystarczy wyraźnie skreślić.

1. Narysować wykres funkcji $f(x) = |\log_2 x| + 1$. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość tej funkcji w przedziale $\left[\frac{1}{4}, 2\right]$.



2. Obliczyć x , jeśli

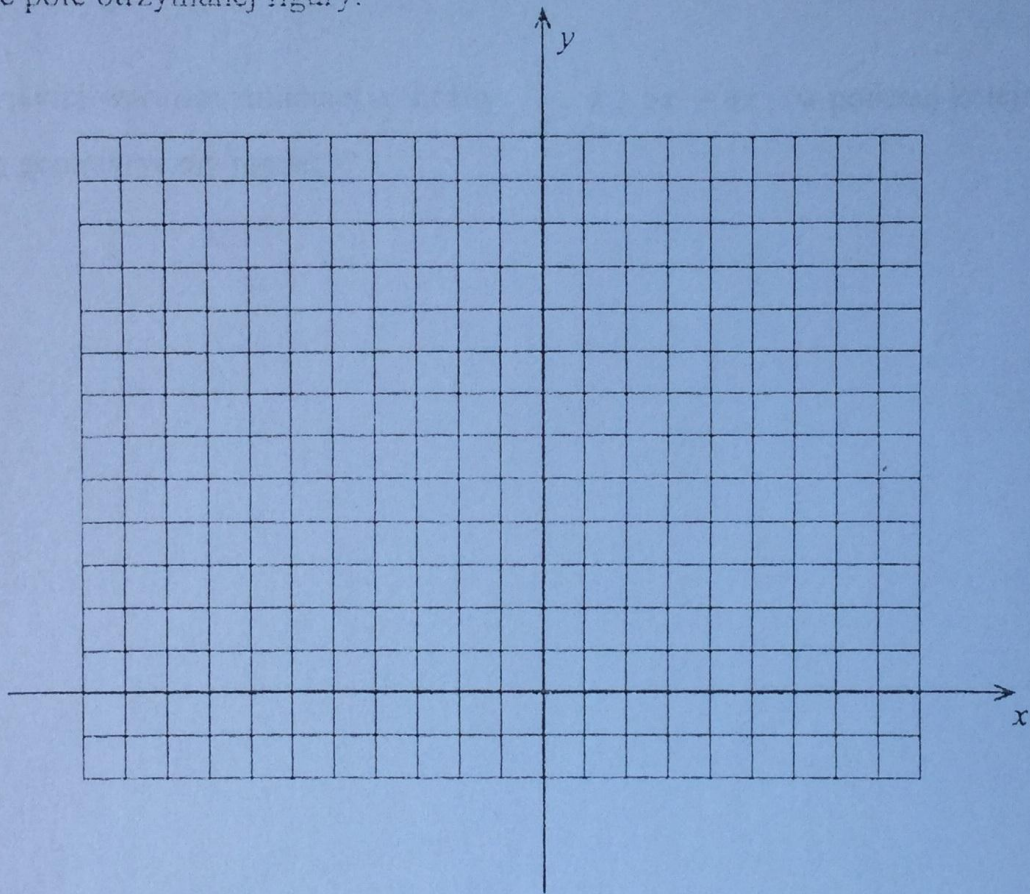
$$2^{0,5} - 4^{-0,25} = \frac{x^2}{4^{-0,25} + (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}}$$

3. Spośród liczb 1, 2, ..., 9 losujemy jednocześnie trzy. Obliczyć prawdopodobieństwo, że ich suma jest liczbą parzystą.

4. Narysować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiór punktów określonych nierównościami:

$$\begin{cases} y \leq x+4 \\ y \geq x+2 \\ x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

i obliczyć pole otrzymanej figury.



5. Obliczyć pochodną funkcji $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. W jakich przedziałach jest to funkcja malejąca?

6. Rozwiązać nierówność $\operatorname{ctg}^2 x \leq 1$.

7. Dla jakiej wartości zmiennej x liczby: $\frac{1}{x}$, x , $5x^2 - 4x$ (w podanej kolejności) tworzą ciąg geometryczny rosnący?

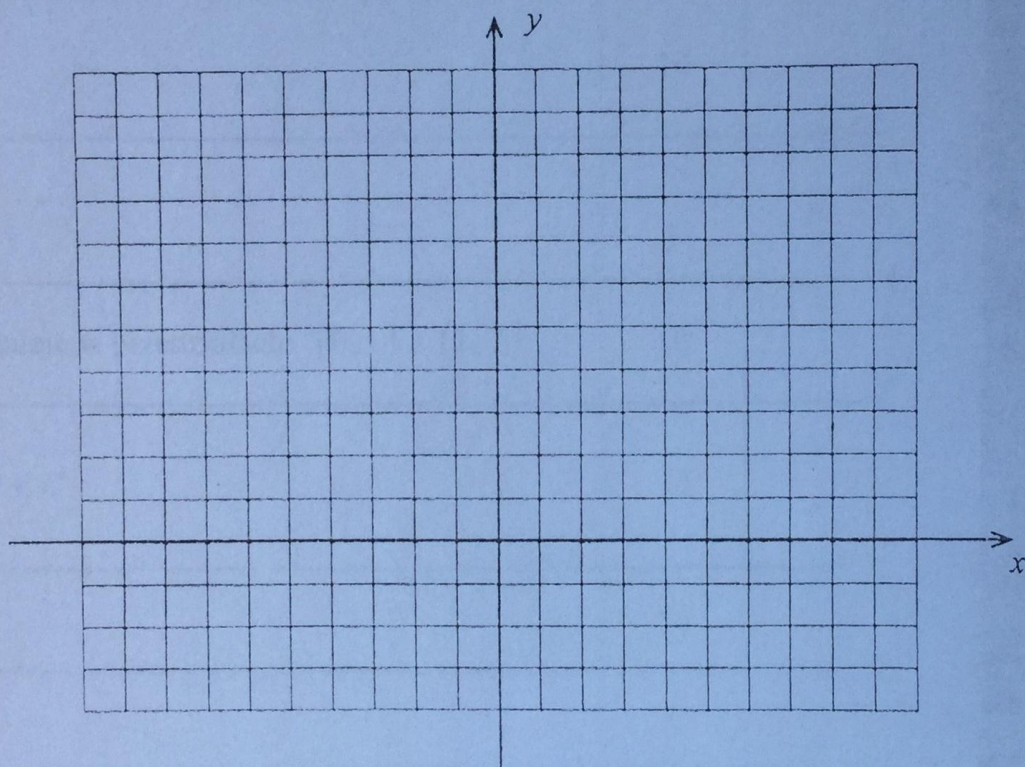
8. W prostokącie $ABCD$ przekątne mają długość 8 i przecinają się pod kątem 30° . Znaleźć odległość punktu B od przekątnej AC .

9. Określić dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{4 - 2^{-3x}}$.

10. Narysować wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 6, & \text{gdy } x \leq -3 \\ x + 3, & \text{gdy } -3 < x < 1 \\ -2x + 6, & \text{gdy } x \geq 1 \end{cases}$$

i odczytać z wykresu rozwiązanie nierówności $0 \leq f(x) \leq 2$.



| Nr zadania | Odpowiedź | Maks. punktów | Punkta-cja |
|------------|---|---------------|------------|
| 1. | Wykres na str. 1 | 5 | |
| | $\max_{x \in [\frac{1}{4}, 2]} f(x) = f\left(\frac{1}{4}\right) = 3, \quad \min_{x \in [\frac{1}{4}, 2]} f(x) = f(1) = 1$ | 5 | |
| 2. | $x = -\sqrt{\frac{3}{2}} \vee x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ | 10 | |
| 3. | $P(A) = \frac{11}{21}$ | 10 | |
| 4. | Rysunek na str. 2 | 5 | |
| | $S = 6(j^2)$ | 5 | |
| 5. | $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$; funkcja maleje w przedziałach: $[0, 1)$, $(1, 2]$. | 10 | |
| 6. | $x \in \left[\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3\pi}{4} + k\pi \right], k \in \mathbb{C}$ | 10 | |
| 7. | $x = 4$ | 10 | |
| 8. | $\text{dist}(B; AC) = 2$ | 10 | |
| 9. | $D = \left[-\frac{2}{3}, +\infty \right)$ | 10 | |
| 10. | Wykres na str. 4 | 7 | |
| | $0 \leq f(x) \leq 2 \Leftrightarrow x \in [-4, -1] \cup [2, 3]$ | 3 | |
| Razem | | 100 | |